
Matematik A

Skriftlig årsprøve 2x MA

30. maj 2024

lærer: KL

Opgavesættet er delt i to dele.

Delprøve 1: 2 timer med den centralt udmeldte formelsamling.

Delprøve 2: 3 timer med hjælpemidler.

Delprøve 1 består af opgave 1-7.

Delprøve 2 består af opgave 8-13.

Der gives 10 point for hvert spørgsmål.

I bedømmelsen af besvarelsen af de enkelte spørgsmål og i helhedsindtrykket vil der blive lagt vægt på, om eksaminandens tankegang fremgår klart af besvarelsen.

I bedømmelsen af helhedsindtrykket af besvarelsen af de enkelte opgaver lægges særlig vægt på følgende fire punkter:

- *Redegørelse og dokumentation for metode*

Besvarelsen skal indeholde en redegørelse for den anvendte løsningsstrategi med dokumentation i form af et passende antal mellemregninger eller matematiske forklaringer på metoden, når et matematisk værktøjsprogram anvendes.

- *Figurer, grafer og andre illustrationer*

Besvarelsen skal indeholde hensigtsmæssig brug af figurer, grafer og andre illustrationer, og der skal være tydelige henvisninger til brug af disse i den forklarende tekst.

- *Notation og layout*

Besvarelsen skal i overensstemmelse med god matematisk skik opstilles med hensigtsmæssig brug af symbolsprog. Hvis der anvendes matematisk notation, der ikke hører til standardviden, skal der redegøres for betydningen.

- *Formidling og forklaring*

Besvarelsen af rene matematikopgaver skal indeholde en angivelse af givne oplysninger og korte forklaringer knyttet til den anvendte løsningsstrategi beskrevet med brug af almindelig matematisk notation.

Besvarelsen af opgaver, der omhandler matematiske modeller, skal indeholde en kort præsentation af modellens kontekst, herunder betydning af modellens parametre. De enkelte delspørgsmål skal afsluttes med en præcis konklusion præsenteret i et klart sprog i relation til konteksten.

Delprøve 1

Kl. 9.00 - 11.00

Opgave 1

a) Reducer udtrykket $(3a + 2) \cdot (2a - 4) + 2a$.

b) Isolér h i ligningen $3 + \frac{2h}{r} = r + 1$

Opgave 2

En cirkel er givet ved ligningen

$$x^2 + y^2 + a \cdot x - 6y = 0$$

hvor a er en konstant.

a) Bestem a , så cirklen går gennem punktet $P(6,2)$.

b) Bestem radius og centrum i cirklen, når $a = 2$.

Opgave 3

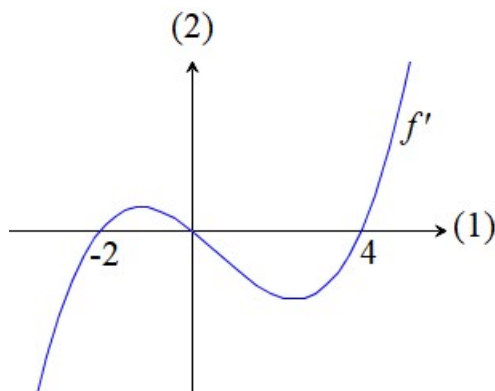
En biolog har undersøgt en population af arktiske sæler, og han konkluderer at antallet af sæler falder med 7% om året. Han vurderede i 2014 at der var 1780 sæler i populationen.

a) Indfør passende variable, og opstil en model der beskriver udviklingen i antallet af sæler i populationen.

Opgave 4

På figuren ses grafen for den afledede funktion f' for en funktion f i intervallet $[-4; 5]$.

a) Bestem monotoniforholdene for funktionen f i intervallet $[-4; 5]$.



Opgave 5 Et andengradspolynomium p er givet ved

$$p(x) = x^2 + 4x + 1 + k$$

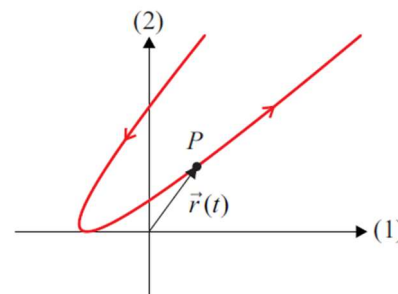
Hvor k er en konstant.

- a) Bestem polynomiets rødder for $k = 2$
- b) Bestem k så grafen for p har præcist ét skæringspunkt med førsteaksen.

Opgave 6 I et koordinatsystem bevæger et punkt P sig således, at til tidspunktet t er stedvektoren $\vec{r}(t)$ til P givet ved

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} t^2 + t - 2 \\ t^2 \end{pmatrix}, \quad -4 \leq t \leq 4.$$

- a) Bestem koordinatsættet til P når $t = 2$.
- b) Bestem hastighedsvektoren til $t = 2$.



Opgave 7 En funktion f er givet ved

$$f(x) = a \cdot \ln(x^2) - \frac{1}{2} \cdot a \cdot x, \quad x > 0,$$

hvor $a > 0$ er en konstant.

- a) Bestem $f'(x)$ og løs ligningen $f'(x) = 0$.
- b) Bestem monotoniforholdene for f .

Besvarelsen afleveres kl. 11.00

Delprøve 2

Kl. 9.00 - 14.00

Opgave 8 I en model kan det årlige antal fødsler i Danmark efter 2014 beskrives ved

$$N(t) = \frac{20414}{1 + 6,325 \cdot e^{-0,378 \cdot t}} + 54349$$

hvor $N(t)$ betegner det årlige antal fødsler i Danmark til tidspunktet t (målt i år efter 2014).

- a) Benyt modellen til at bestemme det årlige antal fødsler i Danmark i år 2020.
- b) Bestem $N'(4)$ og giv en fortolkning af dette tal.
- c) Tegn grafen for $N(t)$ og forklar betydningen af konstanterne 20414 og 54349 for grafens forløb.

Opgave 9 I et koordinatsystem er der givet punkterne $A(0,3)$ og $B(1,4)$.

- a) Bestem en ligning for den rette linje m , der går gennem A og B .

Linjen l er bestemt ved parameterfremstillingen

$$l: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} k^2 - 1 \\ k \end{pmatrix}, \text{ hvor } k \text{ er en konstant.}$$

- b) Bestem k , så l og m er ortogonale.

Opgave 10 En funktion er givet ved

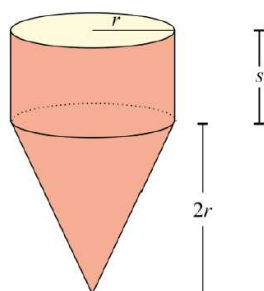
$$f(x) = x^2 + e^x$$

- a) Bestem en ligning for tangenten til grafen for f i punktet $P(2, f(2))$

En linje l er givet ved ligningen $y = -3x + 4$. Grafen for f har i punktet Q en tangent der er parallel med linjen l .

- b) Bestem koordinatsættet til punktet Q .

- Opgave 11** En tragt er sammensat af en åben cylinder og en kegle (se figuren). Keglens grundflade og cylinderen har samme radius r , målt i dm. Keglens højde er det dobbelte af dens radius. Hele tragten kan rumme 40 dm^3 .



- a) Bestem cylinderens højde s som funktion af r .
- b) Gør rede for, at tragtens ydre overflade O som funktion af r kan beskrives ved

$$O(r) = \pi \left(\sqrt{5} - \frac{4}{3} \right) \cdot r^2 + \frac{80}{r}$$

- c) Bestem r , således at tragtens ydre overfladeareal er mindst muligt, når $0 < r < 4$.

- Opgave 12** I en potensmodel for en bestemt person kan sammenhængen mellem personens overfladeareal og vægt beskrives ved

$$A(m) = 0,31 \cdot m^{0,425}, \quad 50 < m < 150,$$

hvor $A(m)$ betegner personens overfladeareal (målt i m^2), og m betegner personens vægt (målt i kg).

- a) Med hvor mange procent vokser personens overfladeareal ifølge modellen når personens vægt vokser med 15%?

- Opgave 13** En vektorfunktion $\vec{r}$ er givet ved

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} t^3 - 12t \\ t^2 - 2t \end{pmatrix}, \quad t \in \mathbb{R}$$

På banekurven for $\vec{r}$ er punktet Q et dobbeltpunkt hørende til t -værdierne $t = -2$ og $t = t_0$.

- a) Bestem koordinatsættet til punktet Q , og bestem t_0 .
- b) Bestem den spidse vinkel mellem banekurvens to tangenter i punktet Q .